

微風出版

# 中学数学 必修 第3版 下 ワーク

**塾**の現場がたどり着いた学習システム

著：児保祐介 監修：田中洋平

★収録問題のレベル★

基礎 標準 発展

●講義・例題を見ながら書き込んで覚える

●精選した良問で効率よく基礎が身につく

●目

次●

|                        |     |
|------------------------|-----|
| 1章 図形と角の性質 .....       | 4   |
| 2章 多角形の内角・外角 .....     | 14  |
| 3章 三角形の合同 .....        | 24  |
| 4章 合同と証明 .....         | 32  |
| 5章 二等辺三角形 .....        | 42  |
| 6章 直角三角形・正三角形 .....    | 52  |
| 7章 平行四辺形 .....         | 64  |
| 8章 特別な平行四辺形と等積変形 ..... | 78  |
| 9章 確率とデータの活用 .....     | 84  |
| 10章 式の乗法・除法 .....      | 102 |
| 11章 因数分解 .....         | 116 |
| 12章 式の計算の利用 .....      | 126 |
| 13章 平方根Ⅰ .....         | 138 |
| 14章 平方根Ⅱ .....         | 146 |
| 15章 平方根Ⅲ .....         | 158 |
| 16章 二次方程式Ⅰ .....       | 170 |
| 17章 二次方程式Ⅱ .....       | 182 |
| 18章 二次方程式の利用 .....     | 192 |
| 19章 二次関数Ⅰ .....        | 204 |
| 20章 二次関数Ⅱ .....        | 214 |
| 21章 いろいろな事象と関数Ⅰ .....  | 224 |
| 22章 いろいろな事象と関数Ⅱ .....  | 232 |
| 23章 相似な図形Ⅰ .....       | 244 |
| 24章 相似な図形Ⅱ .....       | 254 |
| 25章 相似な図形Ⅲ .....       | 262 |
| 26章 相似な図形Ⅳ .....       | 276 |
| 27章 円周角と中心角 .....      | 288 |
| 28章 三平方の定理Ⅰ .....      | 304 |
| 29章 三平方の定理Ⅱ .....      | 314 |
| 30章 標本調査 .....         | 326 |

## ●はじめに

当教材は小さな個人塾の塾長自らが作成しました。実際にこの教材で多くの生徒の成績を上げてきましたので、自信をもっておすすめできる教材です。

## ●当教材の到達目標、練習問題の難易度

当教材は基礎力を確実にすることを一番の目的としています。そのため、ゼロからでも独学で習得できるよう解説を加え、入試で出題されるような応用問題はほぼ排除し、基礎の定着に役立つ良質な基本問題を多く収録しています。

## ●当教材の使い方

当教材は計算や証明を書き込める形式にしています。一度書き込んでしまうと繰り返し同じ問題を解くことが困難になりますが、このテキストの場合は最初からどんどん書き込んでください。それにより独自のオリジナルノートが完成します。そして、このノートを定期テスト対策や入試対策をする上で、忘れたところを見直すのに役立ててください。

また、練習問題には若干難易度の高い標準レベルの問題も含まれますので、数学が苦手な人はすべての問題を解こうと思わず、最初は計算問題を完璧にすることを目標とし、時間に余裕があればそれ以外の解けそうな問題を選んで解いていってください。

## ●個別指導塾、学校のテキストとしても最適

当教材は解説もあり、例題も豊富ですので板書をする必要がほとんどなく、効率的に授業を進めることができます。また特に学習塾において、学生が講師の場合は指導にむらが出やすいですが、順序通り進めてもらえれば、そのむらがかなり抑えられると実感いただけるはずです。

## ●監修者より

数学は積み重ねの学問です。積み重ねの一部は小学校から始まりますが、大部分は中学校から始まります。

数学は考える学問です。思考力を鍛えるという点においては数学以上の材料はないといえます。

小学校では身近で実用的なことを学びました。

中学校では各単元をたくさん練習することによって体で覚えることに比重が置かれています。

この本にもたくさんの練習問題があります。

ここで注意点があります。

中学校での定期試験や模試や高校入試において確かに計算練習が重視されますし、その努力の結果はテストの点数として反映されますが、数学の本質は体で「覚える」ことではなく「考える」ことにあります。

この点を誤解すると高等学校に入ってから難解で膨大な分量の数学の問題を「覚える」ことになってしまい、大変な苦勞をします。

この本の解説や問題演習で「考える」ことを意識して身につけることができれば、高等学校以降の人生で不必要な丸暗記事項を減らすことができるだけでなく、さまざまな場面で数学を頑張って良かったと

思えることでしょう。

本書には無理なくそれを実行できる工夫が随所になされています。

しっかりと説明や証明を読み、しっかりと問題に取り組んでみてください。

ちなみに中学校から高等学校までの数学は実は一連のものとなっており、高等学校で理系に進むと最後に中学校1年生からやってきたことの意味や理科との繋がりがより深く分かります。お楽しみに。

純粋な意味での「頭が良くなる」ことができる科目は数学だけです。

本書を通して皆さんが考える力を身につけ、現在や将来にいかせることを切に願っています。

監修 田中洋平

## ●著者より

### ・教材によるアナログプログラミング

現代は人工知能によってあらゆるものが自動化されつつあります。私自身も教材を工夫することによって、ある程度の授業の自動化に成功したと確信しています。この場合の自動化とは、「**手順通りに進めることで自動的に生徒の成績が上がる**」ということを意味します。

教科書通りに授業を進めてもなかなか結果がでないことから、教師はプリント教材の作成を強いられるわけですが、そこにメスを入れる余地があると考えています。

私は学習塾での指導において、緻密に教材をプログラミングすることで授業の準備時間を大幅に減らすことに成功しました。これにより生徒一人ひとりに目を配る余裕が生まれ、個々に合わせた発展演習を行ったり、あるいは社会経験を多く語ったりすることができるようになったのです。

今度はこれを汎用化することが私の目標です。高度なソフトウェアを多くのコンピューターにインストールすることで多くの時間と労力が短縮されます。これと同じように教材力で多くの単純作業が短縮できるはずです。これは決して教師側が横着をするためではなく、自動化できない教育、つまり人間にしかできないきめ細やかな教育に時間に多くの時間を割くためであることを強調しておきます。

### ・単純作業は自動化すべき

結果を出すためには授業は何より**演習中心**であることが必要でした。そのためには次の時間が無駄であると気づきました。

- ・教師が授業の手順を考える時間
- ・プリントを印刷し、配る時間
- ・教師が板書をして、生徒がそれを書き写す時間

そこで生まれたのがこの教材です。実際私がこの教材で授業をする場合、見開き左ページの内容をざっと説明し、すぐに練習問題をさせます。あとは生徒をよく観察し、個々にアドバイスを加えたり、質問対応をしたりします。やることはほぼこれだけ。これで中程度の生徒は、週1回90分程度の授業で、標準的な学校の授業を上回るペースで進めることができます。おかげで試験直前に十分な対策を行うことができ、わりと大きな成果を出しています。

微風出版 代表 児保祐介（こやすゆうすけ）

## 17章 二次方程式Ⅱ

**例題 1** 次の方程式を解きなさい。

(1)  $(x-1)^2=5$

$A=x-1$  とおくと  $A^2=5$

$A=\pm\sqrt{5}$

 $A$  をもとに戻すと

$x-1=\pm\sqrt{5}$

$x=1\pm\sqrt{5} \cdots(\text{答})$

 $A=x-1$  とおかず<sup>2</sup>に解けるようにしよう！

$(x-1)^2=5$

$x-1=\pm\sqrt{5}$

$$\begin{array}{r} +) \quad +1 \quad +1 \\ \hline \end{array}$$

$x=1\pm\sqrt{5}+1 \cdots(\text{答})$

※  $x=\pm\sqrt{5}+1$  としてもよい

**注意**  $x$  の解は  $1+\sqrt{5}$  と  $1-\sqrt{5}$  であり、これをまとめて  $1\pm\sqrt{5}$  と書くことができる。

(2)  $(x+5)^2-64=0$

$$\begin{array}{r} +) \quad +64 \quad +64 \\ \hline \end{array}$$

$(x+5)^2=64$

$x+5=\pm\sqrt{64}$

$x+5=\pm 8$

$$\begin{array}{r} +) \quad -5 \quad -5 \\ \hline \end{array}$$

$x=\pm 8-5$

$x=+8-5, -8-5$

$x=3, -13 \cdots(\text{答})$

(3)  $\frac{1}{5}(x+1)^2=20$

$5 \times \frac{1}{5}(x+1)^2=5 \times 20$

$(x+1)^2=100$

$x+1=\pm\sqrt{100}$

$x+1=\pm 10$

$$\begin{array}{r} +) \quad -1 \quad -1 \\ \hline \end{array}$$

$x=\pm 10-1$

$x=10-1, -10-1$

$x=9, -11 \cdots(\text{答})$

(4)  $2(x-4)^2=54$

$\frac{1}{2} \times 2(x-4)^2 = \frac{1}{2} \times 54$

$(x-4)^2=27$

$x-4=\pm\sqrt{27}$

$x-4=\pm 3\sqrt{3}$

$$\begin{array}{r} +) \quad +4 \quad +4 \\ \hline \end{array}$$

$x=4\pm 3\sqrt{3} \cdots(\text{答})$

(5)  $30-3(x-7)^2=-6$

$$\begin{array}{r} +) \quad -30 \quad -30 \\ \hline \end{array}$$

$-3(x-7)^2=-36$

$3(x-7)^2=36$

$\frac{1}{3} \times 3(x-7)^2 = \frac{1}{3} \times 36$

$(x-7)^2=12$

$x-7=\pm\sqrt{12}$

$x-7=\pm 2\sqrt{3}$

$$\begin{array}{r} +) \quad +7 \quad +7 \\ \hline \end{array}$$

$x=7\pm 2\sqrt{3} \cdots(\text{答})$

**277** 次の方程式を解きなさい。

(1)  $(x+9)^2=10$

(2)  $(x-4)^2=12$

(3)  $(x-2)^2-25=0$

(4)  $\frac{1}{9}(x-5)^2=9$

(5)  $4(x+3)^2=32$

(6)  $45-3(x-2)^2=0$

## ●因数分解できない場合の二次方程式の解法①

2次式の因数分解ができない場合は以下のような式変形をする。

$$x^2 + px + q = 0 \rightarrow (x + m)^2 = n$$

定数項 (文字を含まない項)

$$x^2 - 6x - \boxed{1} = 0 \rightarrow \text{因数分解ができない。}$$

$$x^2 - \textcircled{6}x = \boxed{1}$$

$$(\text{半分})^2 = 3^2$$

$$x^2 - 6x + 9 = 1 + 9$$

$$(x - 3)^2 = 10$$

① 定数項を右辺に移項する

②  $x$  の係数の半分の2乗を両辺に加える

$$x - 3 = \pm\sqrt{10}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{10}$$

**例題 2**  $(x + m)^2 = n$  の形に式変形して、次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2 - 8x + 3 = 0 \rightarrow$  因数分解できない (2)  $x^2 = -2x + 7 \rightarrow$  すべて左辺へ移項

$$\begin{array}{r} +) \quad -3 \quad -3 \\ \hline x^2 - 8x = -3 \end{array}$$

$$x^2 - 8x + 16 = -3 + 16$$

$$(x - 4)^2 = 13$$

$$x - 4 = \pm\sqrt{13}$$

$$x = 4 \pm \sqrt{13} \quad \cdots(\text{答})$$

$$\begin{array}{r} +) \quad 2x - 7 \quad 2x - 7 \\ \hline x^2 + 2x - 7 = 0 \end{array}$$

$\rightarrow$  因数分解できない

$$\begin{array}{r} +) \quad +7 \quad +7 \\ \hline x^2 + 2x = 7 \end{array}$$

$$x^2 + 2x + 1 = 7 + 1$$

$$(x + 1)^2 = 8$$

$$x + 1 = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x = -1 \pm 2\sqrt{2} \quad \cdots(\text{答})$$

(3)  $x(x - 2) = 2(x + 3)$

$$x^2 - 2x = 2x + 6 \rightarrow \text{すべて左辺へ移項}$$

$$\begin{array}{r} +) \quad -2x - 6 \quad -2x - 6 \\ \hline x^2 - 4x - 6 = 0 \end{array}$$

$\rightarrow$  因数分解できない

$$\begin{array}{r} +) \quad +6 \quad +6 \\ \hline x^2 - 4x = 6 \end{array}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 6 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 10$$

$$x - 2 = \pm\sqrt{10}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{10} \quad \cdots(\text{答})$$

**278**  $(x + m)^2 = n$  の形に式変形して、次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2 - 4x - 2 = 0$

(2)  $x^2 + 12x + 1 = 0$

(3)  $x^2 + 6x + 1 = 0$

(4)  $x^2 - 8x + 3 = 0$

(5)  $x(x - 6) = 2(2x + 1)$

(6)  $x^2 = 2(x + 9)$

## ●因数分解できない場合の二次方程式の解法②

解の公式を利用する。 $ax^2+bx+c=0$ の解は次の公式で求めることができる。

$$ax^2+bx+c=0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

## 公式の証明

※証明を簡単にするため $a>0$ とする。(実際には $a<0$ でもこの公式は使える)

$ax^2+bx+c=0$ の両辺に $\frac{1}{a}$ をかけて、

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$  定数項を右辺へ移項して、

$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$  両辺に $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ を加えて、

$$x^2+2\frac{b}{2a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

左辺を因数分解して右辺を整理すると、

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{-4ac}{4a^2}+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{\sqrt{4a^2}}$$

$$\sqrt{4a^2}=\sqrt{(2a)^2}=2a \text{ より}$$

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \frac{b}{2a} \text{ を移項して、}$$

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ (終)}$$

⚠注意  $a<0$ のときは $\sqrt{4a^2}=-2a$ となる。詳しくは高校数学で学習する

279 次の $x$ についての二次方程式の解を書きなさい。

(1)  $ax^2+bx+c=0$

(2)  $px^2+qx+r=0$

280 解の公式を利用して次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2+5x+2=0$

(2)  $x^2+8x+3=0$

(3)  $2x^2-5x-4=0$

(4)  $4x^2+3x-1=0$

例題 3 解の公式を利用して次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2+6x+3=0$

(2)  $2x^2-x-3=0$

$a=1, b=6, c=3$ となるので、

$a=2, b=-1, c=-3$ となるので、

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times 1\times 3}}{2\times 1}$$

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times 2\times (-3)}}{2\times 2}$$

$$=\frac{-6\pm\sqrt{36-12}}{2}$$

$$=\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{4}=\frac{1\pm\sqrt{25}}{4}$$

$$=\frac{-6\pm\sqrt{24}}{2}$$

$$=\frac{1\pm 5}{4}=\frac{6}{4}, -\frac{4}{4}$$

$$=\frac{-6\pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$=\frac{3}{2}, -1 \text{ …(答)}$$

$$=-3\pm\sqrt{6} \text{ …(答)}$$

(5)  $7x^2-15x=-2$

(6)  $5x^2-6x-2=0$

**例題 4** 次の方程式を解きなさい。

(1)  $\frac{1}{4}x^2 + x - 3 = 0$

$$4 \times \left( \frac{1}{4}x^2 + x - 3 \right) = 4 \times 0$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$(x+6)(x-2) = 0$$

$$x = -6, 2 \dots (\text{答})$$

(3)  $\frac{1}{4}(x-1)^2 - 5 = 0$

$$4 \times \left\{ \frac{1}{4}(x-1)^2 - 5 \right\} = 4 \times 0$$

$$(x-1)^2 - 20 = 0$$

$$+ \quad \quad \quad +20 \quad +20$$

$$(x-1)^2 = 20$$

$$x-1 = \pm\sqrt{20}$$

$$x-1 = \pm 2\sqrt{5}$$

$$x = 1 \pm 2\sqrt{5} \dots (\text{答})$$

(5)  $2x^2 = x(x+5)$

$$2x^2 = x^2 + 5x$$

$$+ \quad -x^2 - 5x \quad -x^2 - 5x$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x-5) = 0$$

$$x = 0, 5 \dots (\text{答})$$

(2)  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x - 1 = 0$

$$6 \times \left( \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x - 1 \right) = 6 \times 0$$

$$3x^2 - x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 3 \times (-6)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1+72}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{73}}{6} \dots (\text{答})$$

(4)  $2x^2 = (x+1)(x-7)$

$$2x^2 = x^2 - 6x - 7$$

$$x^2 + 6x + 7 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 7}}{2}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{36-28}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$= \frac{-6 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -3 \pm \sqrt{2} \dots (\text{答})$$

(6)  $2x^2 - 100 = 0$

$$+ \quad +100 \quad +100$$

$$2x^2 = 100$$

$$\frac{1}{2} \times 2x^2 = \frac{1}{2} \times 100$$

$$x^2 = 50$$

$$x = \pm\sqrt{50} = \pm 5\sqrt{2} \dots (\text{答})$$

**281** 次の方程式を解きなさい。

(1)  $\frac{1}{7}x^2 + 2x + 7 = 0$

(2)  $\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{3} = 0$

(3)  $\frac{1}{6}(x+6)^2 - 18 = 0$

(4)  $(x-1)(x-2) = 1$

(5)  $4x^2 - 3 = 2x^2 + 3(x-1)$

(6)  $9x^2 - 10 = x^2 + 1$

● ★ 章 末 問 題 ★ ●

**282** 次の  $x$  についての二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  の解を書きなさい。

**283** □ に適切な値を入れなさい。

(1)  $x^2 + \square x + 36 = (x + \square)^2$

(2)  $x^2 - \square x + 81 = (x - \square)^2$

(3)  $x^2 + 6x + \square = (x + \square)^2$

(4)  $x^2 - 12x + \square = (x - \square)^2$

(5)  $x^2 + \frac{2}{3}x + \square = (x + \square)^2$

(6)  $x^2 + \frac{1}{3}x + \square = (x + \square)^2$

**284** 次の問いに答えなさい。

(1) 次の二次方程式を  $(x + m)^2 = n$  の形に変形して次のように解いた。A～J に当てはまる数を求めなさい。

①  $x^2 + 4x - 3 = 0$

②  $x^2 + 10x + 9 = 0$

$x^2 + 4x = 3$

$x^2 + 10x = E$

$x^2 + 4x + A^2 = 3 + A^2$

$x^2 + 10x + 5^2 = E + 5^2$

$(x + 2)^2 = B$

$(x + F)^2 = G$

$x + 2 = \pm C$

$x + F = \pm \sqrt{G}$

$x = D$

$x = -F \pm H$

$= I, J$

① A : ( ) B : ( ) C : ( ) D : ( )

② E : ( ) F : ( ) G : ( ) H : ( ) I : ( ) J : ( )

(2) (1)の①を解の公式で解き、①の解が正しいことを確かめなさい。(計算過程も書くこと)

(3) (1)の②を因数分解で解き、②の解が正しいことを確かめなさい。(計算過程も書くこと)

**285** 次の方程式を解きなさい。

(1)  $2x^2 - 4x - 6 = 0$

(2)  $2x^2 + 3x - 2 = 0$

(3)  $7x^2 = 11$

(4)  $7x^2 = 11x$

(5)  $(x - 2)^2 = 7$

(6)  $(x - 2)^2 = 7x$

(7)  $5x^2 - 2x + \frac{1}{5} = 0$

(8)  $x^2 - 4x - 13 = 0$

## 18章

## 二次方程式の利用

**例題 1** ある整数に 3 を加えて 2 倍すると、もとの数に 3 を加えて 2 乗したときより 8 小さくなる。このときのある整数を求めなさい。

ある整数を  $n$  とおく。

|                                |    |                                                                                                                                                  |
|--------------------------------|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ある整数に 3 を加えて 2 倍する             | と、 | もとの数に 3 を加えて 2 乗したときより 8 小さくなる                                                                                                                   |
| ↓                              | ↓  | ↓                                                                                                                                                |
| $(n+3) \times 2 = (n+3)^2 - 8$ |    | $n^2 + 6n + 1 = 2n + 6$                                                                                                                          |
| $2n + 6 = n^2 + 6n + 9 - 8$    |    | $\begin{array}{r} n^2 + 6n + 1 = 2n + 6 \\ +) \quad -2n - 6 \quad -2n - 6 \\ \hline n^2 + 4n - 5 = 0 \\ (n+5)(n-1) = 0 \\ n = -5, 1 \end{array}$ |
| $2n + 6 = n^2 + 6n + 1$        |    |                                                                                                                                                  |
| ↙ ↘                            |    |                                                                                                                                                  |
| $n^2 + 6n + 1 = 2n + 6$        |    | ある整数は $-5, 1 \dots$ (答)                                                                                                                          |

**例題 2** 連続した 2 つの自然数がある。それぞれを 2 乗した数の和が 61 になるとき、これら 2 つの自然数を求めなさい。

連続した 2 つの自然数を  $n, n+1$  とおく。

|                                                                                    |   |                                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------------|---|--------------------------------------------------------------------------|
| それぞれを 2 乗した数の和                                                                     | が | 61 になる                                                                   |
| ↓                                                                                  | ↓ | ↓                                                                        |
| $n^2 + (n+1)^2$                                                                    | = | 61                                                                       |
| $n^2 + n^2 + 2n + 1 = 61$                                                          |   |                                                                          |
| $2n^2 + 2n + 1 = 61$                                                               |   |                                                                          |
| $\begin{array}{r} +) \quad -61 \quad -61 \\ \hline 2n^2 + 2n - 60 = 0 \end{array}$ |   | $\rightarrow \frac{1}{2} \times (2n^2 + 2n - 60) = \frac{1}{2} \times 0$ |
|                                                                                    |   | $n^2 + n - 30 = 0$                                                       |
|                                                                                    |   | $(n-5)(n+6) = 0$                                                         |
|                                                                                    |   | $n = 5, -6$                                                              |
|                                                                                    |   | $n$ は自然数なので $n = -6$ は不適。                                                |
|                                                                                    |   | よって $(n, n+1) = (5, 6)$ つまり                                              |
|                                                                                    |   | 連続する 2 つの自然数は $5, 6 \dots$ (答)                                           |

**例題 3** 連続する 3 つの自然数がある。まん中の数の 2 乗は、残りの 2 数の和よりも 8 大きい。この連続する 3 つの自然数を求めなさい。

連続した 3 つの自然数を  $n, n+1, n+2$  とおく。

|                                                                                 |    |                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|---------------------------------------|
| まん中の数の 2 乗                                                                      | は、 | 残りの 2 数の和よりも 8 大きい                    |
| ↓                                                                               | ↓  | ↓                                     |
| $(n+1)^2$                                                                       | =  | $n + (n+2) + 8$                       |
| $n^2 + 2n + 1 = 2n + 10$                                                        |    |                                       |
| $\begin{array}{r} +) \quad -2n - 1 \quad -2n - 1 \\ \hline n^2 = 9 \end{array}$ |    | $\rightarrow n$ は自然数なので $n = -3$ は不適。 |
| $n^2 = 9 \rightarrow n = \pm 3$                                                 |    | よって $(n, n+1, n+2) = (3, 4, 5)$ つまり   |
|                                                                                 |    | 連続する 3 つの自然数は $3, 4, 5 \dots$ (答)     |

**286** ある整数から 3 を引いて 6 倍すると、もとの数から 4 を引いて 2 乗したときより 11 大きくなる。このときのある整数を求めなさい。

**287** 連続した 2 つの自然数がある。それぞれを 2 乗した数の和が 41 になるとき、これら 2 つの自然数を求めなさい。

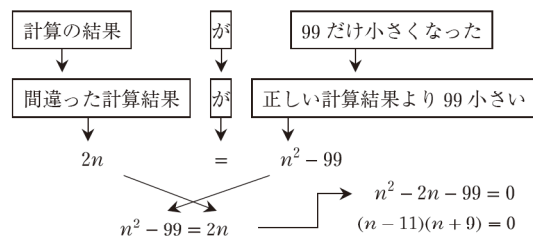
**288** 連続する 3 つの正の整数がある。もっとも小さい数ともっとも大きい数の積が、まん中の数の 6 倍より 6 大きくなる。このときの連続する 3 つの正の整数を求めなさい。

**例題 4** ある自然数を2乗しなければならないのに、誤って2倍したため、計算の結果が99だけ小さくなった。このとき、ある自然数を求めなさい。

ある自然数を  $n$  とおく。

ある自然数を2乗しなければならないのに…  $n^2$  (正しい計算結果)

誤って2倍したため…  $2n$  (間違った計算結果)



$n$  は自然数なので  
 $n = 11$  よって、  
 ある自然数は 11 …(答)

**例題 5** 2次方程式  $x^2 + 2x - a = 0$  の1つの解が  $-3$  であるとき、 $a$  の値を求めなさい。また、もう1つの解を求めなさい。

$x = -3$  が解の1つなので、 $x$  に  $-3$  を代入して成立するはず。

$$\begin{aligned} (-3)^2 + 2 \times (-3) - a &= 0 \\ 9 - 6 - a &= 0 \\ 3 - a &= 0 \\ (-1) \times (3 - a) &= (-1) \times 0 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} -3 + a = 0 \\ +) \quad 3 \quad 3 \\ \hline a = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 + 2x - 3 = 0 \\ (x - 1)(x + 3) = 0 \\ x = 1, -3 \end{array}$$

$x^2 + 2x - \textcircled{a} = 0$        $a = 3$  他解は  $x = 1$  …(答)

**例題 6** 二次方程式  $x^2 + ax + b = 0$  の2つの解が  $x = 5, -9$  であるとき、 $a, b$  の値を求めなさい。

$x = 5, -9$  を解に持つので、二次方程式は  $(x - 5)(x + 9) = 0$  となるはず。

これを展開して、 $x^2 + 4x - 45 = 0$

$x^2 + ax + b = 0$  と比較して、 $a = 4, b = -45$  …(答)

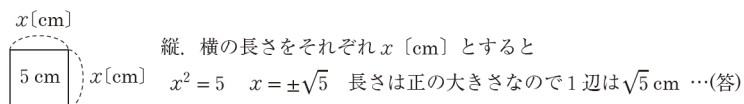
**例題 7** 二次方程式  $x^2 + ax + b = 0$  の解は  $x = -3$  だけであるとき、 $a, b$  の値を求めなさい。

$x = -3$  だけ解に持つので、二次方程式は  $(x + 3)^2 = 0$  となるはず。

これを展開して、 $x^2 + 6x + 9 = 0$

$x^2 + ax + b = 0$  と比較して、 $a = 6, b = 9$  …(答)

**例題 8** 面積が  $5 \text{ cm}^2$  の正方形の1辺の長さはいくらか。



**289** ある自然数に4を加えて2乗するところを、誤って2を加えて4倍してしまったため、もとの答えより53小さくなった。このとき、ある自然数を求めなさい。

**290** 二次方程式  $x^2 + 3x - 4a = 0$  の解の1つが  $-8$  であるとき、 $a$  の値を求めなさい。また、もう1つの解を求めなさい。

**291** 二次方程式  $x^2 + ax + b = 0$  の2つの解が  $x = -2, 6$  であるとき、 $a, b$  の値を求めなさい。

**292** 二次方程式  $x^2 + ax + b = 0$  の解は  $x = 5$  だけであるとき、 $a, b$  の値を求めなさい。

**293** 面積が  $24\pi \text{ cm}^2$  となる円の半径はいくらか。

## ●やや難しい因数分解

$x^2+ax+b$  を  $(x-p)(x-q)$  の形に因数分解するとき、 $b$  (定数項) が大きい場合は、 $b$  を素因数分解して考える。

**例題 9** 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2-7x-98$

差が  
7になる

$$\begin{array}{r} \diagup \\ 1 \times 98 \\ 2 \times 49 \\ 7 \times 14 \\ \diagdown \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 98} \\ 7 \overline{) 49} \\ 7 \end{array}$$

$$(x+7)(x-14) \cdots(\text{答})$$

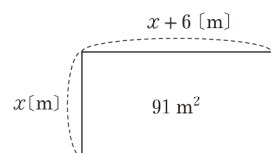
(2)  $x^2-28x+195$

和が  
28になる

$$\begin{array}{r} \diagup \\ 1 \times 195 \\ 3 \times 65 \\ 5 \times 39 \\ 15 \times 13 \\ \diagdown \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 195} \\ 5 \overline{) 65} \\ 13 \end{array}$$

$$(x-15)(x-13) \cdots(\text{答})$$

**例題 10** 横の長さが縦よりも6 m 長い土地がある。この土地の面積が  $91 \text{ m}^2$  のとき、この土地の縦と横の長さをそれぞれ求めなさい。



この土地の縦の長さを  $x$  [m] とすると、横の長さは  $x+6$  [m] となる。土地の面積が  $91 \text{ m}^2$  なので、

$$x(x+6)=91 \quad \text{式を整理して、}$$

$$x^2+6x-91=0$$

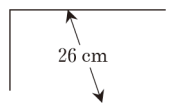
$$(x+13)(x-7)=0 \quad x>0 \text{ なので}$$

$$x=7 \quad \text{このとき、} x+6=7+6=13$$

よって、縦の長さ：7 m、横の長さ：13 m  $\cdots(\text{答})$

**例題 11** 52 cm の針金を折り曲げて面積が  $160 \text{ cm}^2$  の長方形を作るには、縦と横の長さを何 cm にすればよいか。ただし横の長さは、縦の長さよりも長いものとする。

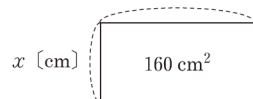
周の長さが 52 cm



周の長さ = 縦 + 縦 + 横 + 横  
なので、

$$\text{縦} + \text{横} = 52 \div 2 = 26 \text{ cm}$$

$$26 - x \text{ [cm]}$$



縦の長さを  $x$  [cm] とおくと、横の長さは、 $26-x$  [cm] となる。面積が  $160 \text{ cm}^2$  なので、

$$x(26-x)=160 \quad \text{式を整理して、}$$

$$x^2-26x+160=0$$

$$(x-16)(x-10)=0 \quad x=10, 16$$

縦の長さが 10 cm のとき、横の長さは

$$26-10=16 \text{ (cm)}$$

この場合、縦の長さが横よりも長くなり、適する。

縦の長さが 16 cm のとき、横の長さは

$$26-16=10 \text{ (cm)}$$

この場合、縦の長さが横よりも短くなるので不適。

よって、縦の長さ：10 cm、横の長さ：16 cm  $\cdots(\text{答})$

**294** 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2-98x-99$

(2)  $x^2+20x+99$

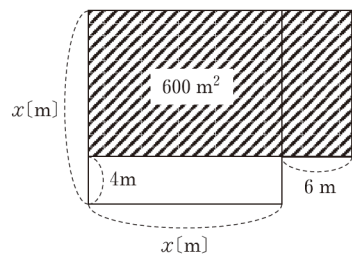
(3)  $x^2-31x-102$

(4)  $x^2-29x+78$

**295** 横の長さが縦よりも4 m 長い土地がある。この土地の面積が  $285 \text{ m}^2$  のとき、この土地の縦と横の長さをそれぞれ求めなさい。

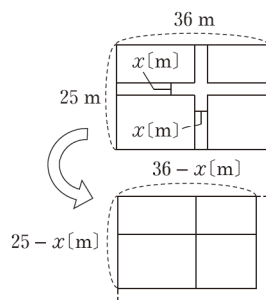
**296** 44 cm の針金を折り曲げて面積が  $117 \text{ cm}^2$  の長方形を作るには、縦と横の長さを何 cm にすればよいか。ただし横の長さは、縦の長さよりも長いものとする。

- 例題12** 正方形の土地がある。この土地の縦を4 m 短くし、横を6 m 長くして長方形にすると、その面積は  $600 \text{ m}^2$  になる。この正方形の土地の1辺の長さを求めなさい。



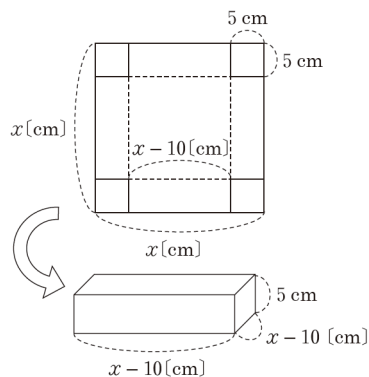
正方形の土地の一辺の長さを  $x$  [m] とする。  
 面積が  $600 \text{ m}^2$  になる長方形の土地の縦の長さは  $x - 4$  [m]、横の長さは  $x + 6$  [m] となるので、 $(x - 4)(x + 6) = 600$   
 展開して式を整理すると、  
 $x^2 + 2x - 624 = 0$   
 $(x - 24)(x + 26) = 0$   $x > 0$  なので  
 $x = 24$  (m) …(答)

- 例題13** 縦、横の長さが25 m、36 mの長方形の畑がある。これに図のように縦と横に同じ幅の道を作ると、残った畑の面積が  $840 \text{ m}^2$  になった。このとき、道幅はいくらか。



道の幅を  $x$  [m] とする。左下図のように道幅を詰めて考えると、この長方形の面積が  $840 \text{ m}^2$  になるので、  
 $(25 - x)(36 - x) = 840$   
 $900 - 61x + x^2 = 840$  式を整理して、  
 $x^2 - 61x + 60 = 0$   
 $(x - 60)(x - 1) = 0$   $x$  は道幅なので、 $x = 60$  m は適さない。  
 よって、 $x = 1$  m …(答)

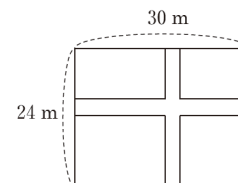
- 例題14** 正方形の紙がある。下の図のように、この4すみから1辺が5 cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくと、容積が  $720 \text{ cm}^3$  になった。もとの正方形の紙の1辺の長さは何 cm か。



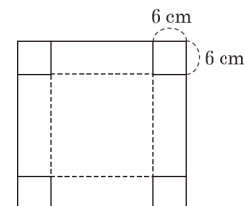
正方形の紙の一辺の長さを  $x$  [cm] とする。  
 左下図の容器の体積が  $720 \text{ cm}^3$  となるので、  
 $5(x - 10)^2 = 720$   
 $\frac{1}{5} \times 5(x - 10)^2 = \frac{1}{5} \times 720$   
 $(x - 10)^2 = 144$  式を整理して、  
 $x - 10 = \pm\sqrt{144} = \pm 12$   
 $x = 10 \pm 12 = 22, -2$   $x > 0$  なので、  
 $x = 22$  cm …(答)

- 297** 正方形の土地がある。この土地の横を9 m 短くし、縦を2 m 長くして長方形にすると、その面積は  $152 \text{ m}^2$  になる。この正方形の土地の1辺の長さを求めなさい。

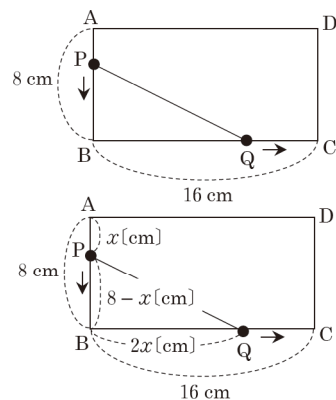
- 298** 縦、横の長さが24 m、30 mの長方形の畑がある。これに図のように縦と横に同じ幅の道を作ると、残った畑の面積が  $567 \text{ m}^2$  になった。このとき、道幅はいくらか。



- 299** 正方形の紙がある。右の図のように、この4すみから1辺が6 cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくと、容積が  $1014 \text{ cm}^3$  になった。もとの正方形の紙の1辺の長さは何 cm か。



**例題 15**  $AB=8\text{ cm}$ ,  $BC=16\text{ cm}$  の長方形  $ABCD$  がある。点  $P$  は、辺  $AB$  上を  $A$  から  $B$  まで毎秒  $1\text{ cm}$  の速さで動き、点  $Q$  は辺  $BC$  上を  $B$  から  $C$  まで毎秒  $2\text{ cm}$  の速さで動くものとする。  $P$ ,  $Q$  が同時に出発するとき、 $\triangle PBQ$  の面積が  $15\text{ cm}^2$  になるのは何秒後か。



8秒後に  $P, Q$  はそれぞれ  $B, C$  に達することに注意！

$P, Q$  が出発してから  $x$  [秒] 後の  $AP, BQ$  の長さは、

$$AP = \text{速さ} \times \text{時間} = 1 \times x = x \text{ [cm]}$$

$$BQ = \text{速さ} \times \text{時間} = 2 \times x = 2x \text{ [cm]}$$

$$\text{また、} BP = AB - AP = 8 - x \text{ [cm]}$$

よって  $x$  秒後では、

$$\triangle PBQ = \frac{1}{2} \times 2x \times (8 - x) \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$= x(8 - x)$$

この面積が  $15\text{ cm}^2$  になるとき、

$$x(8 - x) = 15 \quad \text{式を整理して } x^2 - 8x - 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0 \quad \text{よって、} x = 3, 5$$

$0 \leq x \leq 8$  なのでどちらも適する。

よって、3秒後と5秒後 …(答)

**例題 16** 地上からボールを真上に秒速  $45\text{ m}$  で投げ上げるとき、投げてから  $t$  秒後の地上からの高さを  $h$  とすると、 $h = 45t - 5t^2$  の関係が成り立つ。これについて次の問いに答えなさい。

(1) 投げ上げてから3秒後のボールの地上からの高さはいくらか。

$t = 3$  のときの  $h$  の値を求める。

$$h = 45 \times 3 - 5 \times 3^2 = 135 - 45 = 90 \text{ m} \quad \text{…(答)}$$

(2) ボールの地上からの高さが  $40\text{ m}$  になるのは何秒後か。

$h = 40$  となる  $t$  の値を求める。

$$40 = 45t - 5t^2 \quad \text{式を整理して } 5t^2 - 45t + 40 = 0$$

$$\text{因数分解すると、} 5(t - 1)(t - 8) = 0 \quad t = 1, 8$$

よって、1秒後と8秒後 …(答)

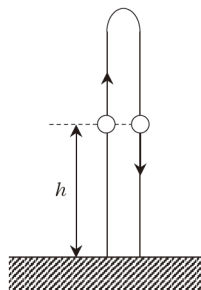
(3) ボールが地上に戻るのは投げてから何秒後か。

$h = 0$  となる  $t$  の値を求める。

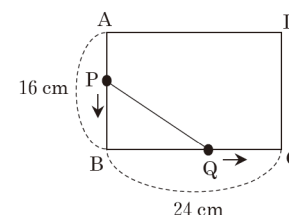
$$0 = 45t - 5t^2 \quad \text{式を整理して、} 5t^2 - 45t = 0$$

$$\text{因数分解すると、} 5t(t - 9) = 0 \quad t = 0, 9 \quad t > 0 \text{ なので}$$

$t = 0$  は適さない。よって、9秒後 …(答)



**300**  $AB=16\text{ cm}$ ,  $BC=24\text{ cm}$  の長方形  $ABCD$  がある。点  $P$  は辺  $AB$  上を  $A$  から  $B$  まで毎秒  $2\text{ cm}$  の速さで動き、点  $Q$  は辺  $BC$  上を  $B$  から  $C$  まで毎秒  $3\text{ cm}$  の速さで動くものとする。  $P, Q$  が同時に出発するとき、 $\triangle PBQ$  の面積が  $36\text{ cm}^2$  になるのは何秒後か。

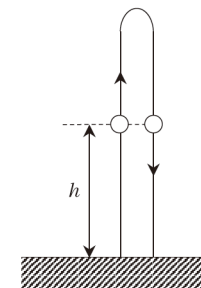


**301** 地上からボールを真上に秒速  $25\text{ m}$  で投げ上げるとき、投げてから  $t$  秒後の地上からの高さを  $h$  とすると、 $h = 25t - 5t^2$  の関係が成り立つ。これについて次の問いに答えなさい。

(1) 投げ上げてから4秒後のボールの地上からの高さはいくらか。

(2) ボールの地上からの高さが  $30\text{ m}$  になるのは何秒後か。

(3) ボールが地上に戻るのは投げてから何秒後か。



● ★ 章 末 問 題 ★ ●

**302** ある正の数を 2 乗したら、もとの数に 12 を加えて 2 倍した数になった。この正の数を求めなさい。

**303** 連続する 3 つの自然数がある。最も小さい数を 2 乗した値が、残りの 2 つの数の和に等しいとき、最も小さい数を求めなさい。

**304** 2 次方程式  $x^2 + ax - 6 = 0$  の 1 つの解が  $-2$  であるとき、 $a$  の値ともう 1 つの解を求めなさい。

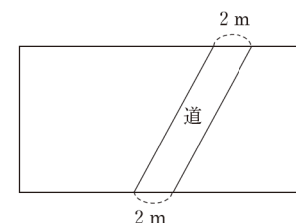
**305** 二次方程式  $x^2 + ax + b = 0$  の 2 つの解が  $x = 1, 11$  であるとき、 $a, b$  の値を求めなさい。

**306** 次の問いに答えなさい。

- (1) 半径が  $x$  [cm] の球の表面積はいくらか。
- (2) 表面積が  $27\pi$  [cm<sup>2</sup>] となる球の半径はいくらか。

**307** 36 cm の針金を折り曲げて面積が 77 cm<sup>2</sup> の長方形を作るには、縦と横の長さを何 cm にすればよいか。ただし横の長さは、縦の長さよりも長いものとする。

**308** 横の長さが縦の長さの 2 倍の長方形の土地がある。この土地に、図のように横の辺を 2 m ずつとって平行四辺形の道を作ると、残りの土地の面積が 220 m<sup>2</sup> になるという。この土地の縦と横の長さを求めなさい。



**309** 縦が 26 cm、横が 20 cm の紙に写真を印刷したい。紙の周りに同じ幅の余白をとり、写真の面積を 352 cm<sup>2</sup> にするには、余白の幅は何 cm にしなければいけないか。

