4 平方根[1]

■因数

整数や式がいくつかの積の形で表されているとき、その 1 つ 1 つの数や式を、もとの数(式)の因数という。(約数は一般に自然数のみを扱い、因数は自然数以外も扱う)

(例) 12 の約数：1, 2, 3, 4, 6, 12　　12 の因数：1, 2, 3, 4, 6, 12, −1, −2 …

$x(x+1)(x+2)$ …この式の因数は x , $x+1$, $x+2$, 他に $x(x+1)$ なども因数の 1 つ

■素数

その数自身より小さい自然数の積で表すことができない自然数を素数という。
ただし数学の定義（ルール）では**1 は素数にしない**と決められている。
[素数]：2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 ・・・

(例) 2 … 2 より小さい数の積で表すことができない → 2 は素数である
6 … 2×3 と 6 より小さい数の積で表すことができる → 6 は素数ではない

■素因数分解

素数である因数を素因数といい、自然数を素数の積で表すことを素因数分解という。

(例)　12 を素因数分解すると、$2^2\times3$ となる。
→必ず素因数のみで表し、同じ素因数は累乗の形で表す。

【例題】　次の自然数を素因数分解しなさい。

(1) 18

素数で割っていく

2) 18　　$18\div2=9$
3) 9　　$9\div3=3$
3

ここが素数になったら終わり

点線で囲まれた部分の数字をかけ合わせる

2) 18
3) 9
3

⇒　2×3^2 …(答)

(2) 260

2) 260　　$260\div2=\boxed{130}$
2) 130　　$130\div2=\boxed{65}$
5) 65　　$65\div5=\boxed{13}$
13

2) 260
2) 130
5) 65
13

⇒　$2^2\times5\times13$ …(答)

【1】次の空欄に入る言葉をうめなさい。

・整数や式がいくつかの積の形で表されているとき、その１つ１つの数や式を、
もとの数(式)の①(　　　　　　　)という。

・その数自身より小さい自然数の積で表すことができない自然数を②(　　　　　　　)という。

・(②)である(①)を③(　　　　　　　　　　)といい、
自然数を(②)の積で表すことを④(　　　　　　　　　　)という。

【2】次の中で素数はどれか。すべて答えなさい。

0, 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 26, 39, 41, 51　素数 : (　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

【3】偶数の中で素数は「2」以外に存在しないが、この理由を説明しなさい。

【4】次の数を素因数分解しなさい。

(1) 12　　　　　　　　　　　　(2) 27

(3) 72　　　　　　　　　　　　(4) 120

(5) 300　　　　　　　　　　　(6) 315

■平方根

2乗すると a になる数を、a の平方根という。

$(\quad)^2=a$　→(　)に入る数が a の平方根

【例題】 次の数の平方根を求めよ。

(1) 64

$(\quad)^2=64$　(　)に入る数は

＋8と-8の2つ。

→まとめて±8と書いてよい

よって64の平方根は±8　…(答)

(2) 121

$(\quad)^2=121$ (　)に入る数は

+11と-11の2つ。

→まとめて±11と書いてよい

よって121の平方根は±11　…(答)

★以下は暗記しておこう

$11^2=121$，$12^2=144$，$13^2=169$，$14^2=196$，$15^2=225$，$16^2=256$

■平方根を整数で表せない場合

5の平方根を求めてみる。　$(\quad)^2=5$ の(　)に入る数を探していくと、

$2.2^2=4.84$　$2.23^2=4.9729$　$2.236^2=4.999696$　$2.23606^2=4.9999643236$

→このように計算していっても5に近い値しか求められない。

実際の5の平方根を小数で表そうとすると、以下のように無限小数になってしまう。

5の平方根：2.2360679774997896964091736687312762354406183596…

＜数学のルール＞

平方根を無限小数でしか表せない場合は $\sqrt{\ }$（ルート）(根号)を用いて表現する。

5の平方根：$\pm\sqrt{5}$　→$(\quad)^2=5$ に入る数は $\sqrt{5}$ と $-\sqrt{5}$

つまり　$(\sqrt{5})^2=5$　$(-\sqrt{5})^2=5$

絶対暗記

a の平方根は $\pm\sqrt{a}$　　$(\sqrt{a})^2=a$ ，$(-\sqrt{a})^2=a$　(ただし $a>0$)

■$\sqrt{\ }$のはずし方

4の平方根を求めてみる。

$(\quad)^2=4$　…(　)に入る数は±2

また上記のルールでは、4の平方根は $\pm\sqrt{4}$

$\sqrt{4}=2$ となることがわかる

つまり、$\sqrt{2^2}=2$

【重要】$\sqrt{a^2}$ の形になるものは $\sqrt{\ }$ をはずすことができる。つまり $\sqrt{a^2}=a$

(例) $\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$　$\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$　$\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$　$\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$

ミス注意　$\sqrt{4}=\pm2$ …これは間違い！　→$\sqrt{4}=2$　$-\sqrt{4}=-2$　なら正しい！

【5】次の問いに答えなさい。

(1) 2乗すると36になる数をすべて答えなさい。　(　　　　　　)

(2) 2乗すると7になる整数はいくつ存在するか。　(　　　　　　)

(3) 2乗すると7になる数はいくつ存在するか。　(　　　　　　)

(4) $(\quad)^2 = a$ →この(　)に入る数を、aの何というか。　(　　　　　　)

【6】(　　)に入る数をすべて答えなさい。

(1) $(\quad)^2 = 1$ … [　　　　　　]　(2) $(\quad)^2 = 4$ … [　　　　　　]

(3) $(\quad)^2 = 9$ … [　　　　　　]　(4) $(\quad)^2 = 49$ … [　　　　　　]

(5) $(\quad)^2 = 81$ … [　　　　　　]　(6) $(\quad)^2 = 144$ … [　　　　　　]

(7) $(\quad)^2 = 169$ … [　　　　　　]　(8) $(\quad)^2 = 0$ … [　　　　　　]

【7】次の平方根を求めなさい。

(1) 16 [　　　　　]　(2) 9 [　　　　　]　(3) 4 [　　　　　]

(4) 25 [　　　　　]　(5) 1 [　　　　　]　(6) 0 [　　　　　]

【8】(　　)に入る数や言葉を、選択もしくはうめなさい。(※④,⑪は根号を使わないこと)

・3の平方根を小数で表すと、①(　　　　　　)小数になってしまう。

　よって3の平方根は②(　　　　　　)のように表す。

・$x > 0$のとき、xの平方根は③(　　　　　)だから、$(\sqrt{x})^2 = (-\sqrt{x})^2 =$ ④(　　　　)となる。

・$a > 0$のとき、$\sqrt{a}$は⑤(　正・負・正と負　)の数である。よって

　　$\sqrt{16} = 4$ とするのは⑥(　正しい・正しくない)。

　　$\sqrt{16} = -4$ とするのは⑦(　正しい・正しくない)。

　　$\sqrt{16} = \pm 4$ とするのは⑧(　正しい・正しくない)。

・25の平方根を整数で表すと±⑨(　　　　　), $\sqrt{\ }$を用いて表すと±⑩(　　　　　)となる。

　これらは等しいので、一般に$x > 0$のとき、$\sqrt{x^2} =$ ⑪(　　　　　)となる。

【9】次の数を、根号を使わないで表しなさい。

(1) $\sqrt{9}$ (　　　)　(2) $\sqrt{16}$ (　　　)　(3) $(\sqrt{13})^2$ (　　　)　(4) $\sqrt{13^2}$ (　　　)

(5) $-\sqrt{25}$ (　　　)　(6) $\sqrt{7^2}$ (　　　)　(7) $(-\sqrt{2})^2$ (　　　)　(8) $(\sqrt{5})^2$ (　　　)

【10】「-9の平方根は存在しない」理由を説明しなさい。

[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

【例題】　次の数で、根号($\sqrt{\ }$)を使わずに表せるものがあれば使わずに表しなさい。
なければ×をつけなさい。

(1) $\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$ …(答)　(2) $-\sqrt{90}\to\times$ …(答)　(3) $-\sqrt{900}=-\sqrt{30^2}=-30$ …(答)

(4) $-\sqrt{25}=-\sqrt{5^2}=-5$ …(答)　(5) $\sqrt{2.5}\to\times$ …(答)　(6) $\sqrt{0.25}=\sqrt{0.5^2}=0.5$ …(答)

(7) $\sqrt{\dfrac{9}{25}}=\sqrt{\left(\dfrac{3}{5}\right)^2}=\dfrac{3}{5}$ …(答)　(8) $\sqrt{\dfrac{3}{5}}\to\times$ …(答)　(9) $\sqrt{(-6)^2}=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$ …(答)

(10) $(\sqrt{30})^2=30$ …(答)　(11) $\sqrt{1}=\sqrt{1^2}=1$ …(答)　(12) $\sqrt{\dfrac{37}{36}}\to\times$ …(答)

【例題】　次の数の平方根を求めなさい。

【注意】**$\pm\sqrt{\ }$をつければ平方根になるが、$\sqrt{a^2}=a$と根号をはずせるものは必ずはずす。**

(1) 4
$\pm\sqrt{4}$
$=\pm\sqrt{2^2}$
$\to\pm2$ …(答)

(2) 0.6
$\to\pm\sqrt{0.6}$ …(答)

(3) 0.36
$\pm\sqrt{0.36}$
$=\pm\sqrt{(0.6)^2}$
$\to\pm0.6$ …(答)

(4) $\dfrac{5}{2}$
$\to\pm\sqrt{\dfrac{5}{2}}$ …(答)

(5) $\dfrac{9}{16}$
$\pm\sqrt{\dfrac{9}{16}}=\pm\sqrt{\left(\dfrac{3}{4}\right)^2}$
$\to\pm\dfrac{3}{4}$ …(答)

<電卓の使い方>　$\sqrt{5}$を求めるには「5」→「$\sqrt{\ }$」の順に押す

★暗記しよう（≒は近い値であることを表す）

$\sqrt{2}\fallingdotseq1.41421356$　(一夜一夜に人見頃)　　$\sqrt{3}\fallingdotseq1.7320508$　(人並におごれや)

$\sqrt{5}\fallingdotseq2.2360679$　(富士山麓オーム鳴く)

上記から、$\sqrt{3}>\sqrt{2}$であることがわかる。
また$-\sqrt{2}\fallingdotseq-1.41\cdots$　$-\sqrt{3}\fallingdotseq-1.73\cdots$であることから$-\sqrt{3}<-\sqrt{2}$
であることがわかる。

【重要】一般に$a>b>0$のとき、次のようなことが言える。

$$\sqrt{a}>\sqrt{b}\qquad -\sqrt{a}<-\sqrt{b}$$

★試してみよう！
$\sqrt{3}\fallingdotseq1.7320508$であるが、$(1.7320508)^2$を電卓で計算するとどうなるか。

【11】次の数で、根号($\sqrt{\ }$)を使わずに表せるものがあれば使わずに表しなさい。なければ×をつけなさい。

(1) $\sqrt{4}$　　(2) $\sqrt{0.4}$　　(3) $\sqrt{0.04}$

(4) $\sqrt{10}$　　(5) $-\sqrt{100}$　　(6) $-\sqrt{1000}$

(7) $-\sqrt{\dfrac{81}{49}}$　　(8) $\sqrt{64^2}$　　(9) $-\sqrt{64}$

(10) $-\sqrt{(-0.1)^2}$　　(11) $(-\sqrt{9})^2$　　(12) $\sqrt{\dfrac{15}{4}}$

【12】次の数の平方根を求めなさい。平方根が存在しない場合は×をつけなさい。

(1) 81　　(2) 4.9　　(3) 0.49　　(4) $\dfrac{1}{16}$　　(5) $\dfrac{1}{3}$

(6) -16　　(7) 400　　(8) $\dfrac{9}{100}$　　(9) -0.64　　(10) $\dfrac{25}{4}$

【13】電卓を利用して次の空欄をうめなさい。ただし、②,④には整数を入れること。

・$(1.4142)^2 =$ ①[　　　　　　]であるので

$\sqrt{②[\qquad]}$ ≒1.4142 であることがわかる。

・$(2.6457)^2 =$ ③[　　　　　　]であるので

$\sqrt{④[\qquad]}$ ≒2.6457 であることがわかる。

・$\sqrt{15}, \sqrt{16}, \sqrt{17}$ を小数第 2 位まで求めると、

$\sqrt{15}$ =⑤[　　　　]　$\sqrt{16}$ =⑥[　　　　]　$\sqrt{17}$ =⑦[　　　　]

よってこれらの数の大小関係を不等号で表すと、

$\sqrt{15}$　⑧[　　　]　$\sqrt{16}$　⑨[　　　]　$\sqrt{17}$

$-\sqrt{15}$　⑩[　　　]　$-\sqrt{16}$　⑪[　　　]　$-\sqrt{17}$　となる。

【例題】 次の数で、根号を用いて表しなさい。

(1) 2　　(2) −3　　(3) 0.6　　(4) $\frac{5}{4}$

(1) $=\sqrt{2^2}$
$=\sqrt{4}$ …(答)

(2) $=-\sqrt{3^2}$
$=-\sqrt{9}$ …(答)

(3) $=\sqrt{0.6^2}$
$=\sqrt{0.36}$ …(答)

(4) $=\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2}=\sqrt{\frac{25}{16}}$ …(答)

【例題】 次の数の大小を、不等号を用いて表しなさい。

【ポイント】根号を含むものと含まないものは比較しにくいので、すべての数を
根号を用いて表し、比較する。

(1) $\sqrt{11}$, $\sqrt{10}$

$\sqrt{11}>\sqrt{10}$ …(答)

(2) $\sqrt{3}$, 3

↓

$\sqrt{3}$, $\sqrt{9}$

$\sqrt{3}<3$ …(答)

(3) −5, $-\sqrt{23}$

↓

$-\sqrt{25}$, $-\sqrt{23}$

$-5<-\sqrt{23}$ …(答)

(4) 8, $\sqrt{65}$, $\sqrt{63}$

↓

$\sqrt{64}$, $\sqrt{65}$, $\sqrt{63}$

$\sqrt{63}<8<\sqrt{65}$ …(答)

■根号のついた数の乗法

次の例からもわかるように、等式の両辺をそれぞれ 2 乗しても等式は保たれる。

$$0.5=\frac{1}{2}\xrightarrow{\text{両辺を2乗}}(0.5)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2\longrightarrow 0.25=\frac{1}{4}$$

この性質を利用して、$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$ となることを証明してみよう。

(左辺)^2 $=(\sqrt{2}\times\sqrt{3})^2=(\sqrt{2}\times\sqrt{3})\times(\sqrt{2}\times\sqrt{3})$
$=\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}$
$=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^2$
$=2\times3=6$ …①

(右辺)^2 $=(\sqrt{6})^2=6$ …②

①, ②より 2 乗したそれぞれの数が等しいので、左辺＝右辺となる。
よって $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$ となる。

【重要】一般に $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$ が成り立つ　(ただし $a>0$, $b>0$ とする)

(例) $\sqrt{7}\times\sqrt{7}=\sqrt{49}=7$ 　　$\sqrt{0.3}\times\sqrt{0.5}=\sqrt{0.15}$ 　　$\sqrt{\frac{3}{2}}\times\sqrt{\frac{4}{5}}=\sqrt{\frac{3}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{4}^{2}}{5}}=\sqrt{\frac{6}{5}}$

→ $(\sqrt{7})^2=7$

【14】次の数で、根号を用いて表しなさい。

(1) -5　　(2) 7　　(3) 0.1　　(4) $-\dfrac{3}{2}$　　(5) 10

【15】次の数の大小を、不等号を用いて表しなさい。

(1) $\sqrt{7}$, $\sqrt{6}$　　(2) 2, $\sqrt{2}$　　(3) -4, $-\sqrt{14}$　　(4) $\sqrt{34}$, $\sqrt{37}$, 6

(5) $\sqrt{\dfrac{4}{5}}$, $\sqrt{\dfrac{6}{5}}$　　(6) $-\sqrt{0.9}$, -1　　(7) $\sqrt{\dfrac{3}{5}}$, $\sqrt{\dfrac{1}{2}}$　　(8) -2, $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$

【16】$x>0$, $y>0$ のとき、次の問いに答えなさい。

(1) 次の式を計算しなさい。

① $(\sqrt{x}\times\sqrt{y})^2$　　② $(\sqrt{xy})^2$

(2) 下の空欄に入る適切な式を答えなさい。

(1)の結果から $(\sqrt{x}\times\sqrt{y})^2=(\sqrt{xy})^2$ となるので、

$\sqrt{x}\times\sqrt{y}=$ [　　　　　　　　] が成り立つ。

【17】次の計算をしなさい。（根号がはずれる場合ははずすこと）

(1) $\sqrt{5}\times\sqrt{2}$　　(2) $\sqrt{1.5}\times\sqrt{2}$　　(3) $\sqrt{\dfrac{14}{5}}\times\sqrt{\dfrac{10}{7}}$

■根号のついた数の除法

等式は両辺をそれぞれ2乗しても保たれることを利用して、

$\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ となることを証明してみよう。

$(左辺)^2 =\left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2}=\dfrac{2}{3}\cdots$①

$(右辺)^2 =\left(\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)^2=\dfrac{2}{3}\cdots$②

①,②より2乗した数が等しいので、左辺＝右辺となる。

【重要】一般に $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ が成り立つ（ただし $a>0$, $b>0$ とする）

(例) $\sqrt{10}\div\sqrt{5}=\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\dfrac{10}{5}}=\sqrt{2}$　　$\sqrt{7}\div\sqrt{14}=\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{14}}=\sqrt{\dfrac{7}{14}}=\sqrt{\dfrac{1}{2}}$

$\sqrt{3}\div\sqrt{\dfrac{5}{2}}=\sqrt{\dfrac{3}{1}}\times\sqrt{\dfrac{2}{5}}=\sqrt{\dfrac{6}{5}}$

【注意】 $\div\sqrt{\dfrac{5}{2}}\rightarrow\div\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\rightarrow\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\rightarrow\times\sqrt{\dfrac{2}{5}}$

このようにすぐに直してよい

【例題】 次の計算をしなさい。

(1) $5\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$ …(答)

(2) $\sqrt{5}\times\sqrt{3}=\sqrt{15}$ …(答)

(3) $2\sqrt{7}\times4=8\sqrt{7}$ …(答)

(4) $3\sqrt{2}\times4\sqrt{3}=12\sqrt{6}$ …(答)

(5) $-2\times\sqrt{7}=-2\sqrt{7}$ …(答)

(6) $-5\sqrt{2}\times(-\sqrt{2})$
$=5\sqrt{4}=5\times2=10$ …(答)

(7) $2\sqrt{2}\div8$
$=\dfrac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{8}}$
$=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ …(答)

(8) $3\sqrt{6}\div(-\sqrt{3})$
$=\dfrac{3\sqrt{6}}{-\sqrt{3}}$
$=-\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{1}}=-3\sqrt{2}$ …(答)

【注意】

$\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{\cancel{6}}{\cancel{3}}}=\sqrt{\dfrac{2}{1}}=\sqrt{2}$

となるので、以下のように約分してもよい。

$\dfrac{\sqrt{\cancel{6}}}{\sqrt{\cancel{3}}}=\sqrt{2}$

【ミス注意】

以下の計算は間違い！根号がついた数とつかない数は計算できない。

$2\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$ …×　　$\dfrac{\sqrt{\cancel{6}}}{\cancel{9}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ …×

【18】$x>0$, $y>0$ のとき、次の問いに答えなさい。

(1) 次の式を計算しなさい。

① $\left(\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^2$　　② $\left(\sqrt{\dfrac{y}{x}}\right)^2$

(2) 下の空欄に入る適切な式を答えなさい。

(1)の結果から $\left(\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^2=\left(\sqrt{\dfrac{y}{x}}\right)^2$ となるので、$\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=$[　　　　　　　　] が成り立つ。

【19】次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{6}\div\sqrt{2}$　　(2) $\sqrt{2}\div\sqrt{\dfrac{10}{3}}$　　(3) $\sqrt{\dfrac{3}{5}}\div\sqrt{\dfrac{7}{10}}$

【20】次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{6}\times(-2)$　　(2) $\sqrt{7}\times(-\sqrt{5})$　　(3) $-3\sqrt{2}\times(-5)$

(4) $2\sqrt{5}\times3\sqrt{5}$　　(5) $-\sqrt{2}\times3\sqrt{2}$　　(6) $-\sqrt{3}\times2\sqrt{2}\times(-\sqrt{5})$

(7) $4\sqrt{3}\div6$　　(8) $-5\sqrt{10}\div\sqrt{5}$　　(9) $\sqrt{5}\div\dfrac{1}{\sqrt{7}}\div\sqrt{\dfrac{15}{2}}$

【21】次の(　　)の中に入る言葉を答えなさい。

整数がいくつかの整数の積の形で表されるとき、その1つ1つの数を、もとの数の(　①　)という。2, 3, 5 などは1を除いたそれよりも小さい自然数の積で表すことができない。

このような自然数を(　②　)という。また、$30=2\times3\times5$ のように、自然数を(②)の積の形で表すことを(　　③　　)するという。

①(　　　　　　　　)　②(　　　　　　　　)　③(　　　　　　　　)

【22】0以上20以下の素数をすべて答えなさい。

(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

【23】次の[　　]に当てはまる言葉や数を入れなさい。

$(\,?\,)^2=3\cdots$①　　$(\,?\,)^2=5\cdots$②　　$(\,?\,)^2=4\cdots$③

・①式の(　)に入る正の小数を求めると、1.7320508…とA.[　　　　　　]小数になる。

この小数は用いるのに不便なため、この1.7320508…をB.[　　　　　]と表す。

・②式の(　)に入る数はC.[　　　　]であり、この数を5のD.[　　　　　　　]と呼ぶ。

・③式の(　)に入る数を整数で表すと、E.[　　　　]であり、根号を使って表すとF.[　　　　]

となる。これらの数も同様に4の[　D　]と呼ぶ。

【24】(　　)に入る数をすべて答えなさい。ただし根号を外せるものは外すこと。

(1) $(\quad)^2=36$ … [　　　　　　]　(2) $(\quad)^2=2$ … [　　　　　　]

(3) $(\quad)^2=1.3$ … [　　　　　　]　(4) $(\quad)^2=0.16$ … [　　　　　　]

(5) $(\quad)^2=\dfrac{81}{4}$ … [　　　　　　]　(6) $(\quad)^2=\dfrac{1}{10}$ … [　　　　　　]

【25】次の[　　　]に当てはまる言葉や数をうめなさい。(※C, Eは根号を用いないこと)

・2乗すると6になる数を、6のA.[　　　　　　　]といい、この数を根号を使って表すとB.[　　　　　　　]となる。

・$\sqrt{6}$ は6の平方根の1つなので $(\sqrt{6})^2=$ C.[　　　　　]となる。

・9の正の平方根を根号を使って表すと $\sqrt{9}$ で、整数で表すとD.[　　　　　]となるので、

$\sqrt{9}=3$、つまり $\sqrt{3^2}=3$ が成り立つ。

・以上のことからもわかるように、$x>0$ のとき、

一般に $(\sqrt{x})^2=\sqrt{x^2}=$ E.[　　　　]が成り立つ。

【26】次の数や式を根号を使わずに表しなさい。

(1) $\sqrt{25}$　(2) $\sqrt{11^2}$　(3) $(\sqrt{11})^2$　(4) $\sqrt{17}\times\sqrt{17}$

(5) $\sqrt{\dfrac{16}{25}}$　(6) $\sqrt{0.64}$　(7) $(-\sqrt{0.2})^2$　(8) $-\sqrt{\dfrac{1}{9}}$

【27】次の数を根号を使って表しなさい。

(1) 8　(2) -10　(3) 0.6　(4) $-\dfrac{9}{7}$

【28】次の数を小さい順に並べ、不等号を使って表しなさい。

$\sqrt{5}$，$\sqrt{2}$，0，$-\sqrt{6}$，$\sqrt{\dfrac{3}{2}}$，$-\sqrt{3}$，2

【29】次の計算をしなさい。(答えの根号は外せれば外すこと)

(1) $-3\sqrt{5}\times(-6\sqrt{2})$　(2) $\sqrt{13}\div(-\sqrt{26})$　(3) $\sqrt{6}\times\sqrt{\dfrac{3}{10}}\div\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

【30】次の数を素因数分解しなさい。

(1) 45　(2) 32　(3) 100　(4)102

4章　平方根[1]

【1】次の空欄に入る言葉をうめなさい。

・整数や式がいくつかの積の形で表されているとき、その１つ１つの数や式を、
もとの数(式)の①(　　　　　　　　)という。

・その数自身より小さい自然数の積で表すことができない自然数を②(　　　　　　　　)という。

・(②)である(①)を③(　　　　　　　　　　　)といい、
自然数を(②)の積で表すことを④(　　　　　　　　　　　　)という。

【2】次の中で素数はどれか。すべて答えなさい。

0, 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 26, 39, 41, 51　素数 : (　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

【3】偶数の中で素数は「2」以外に存在しないが、この理由を説明しなさい。

【4】次の数を素因数分解しなさい。

(1) 12　　　　(2) 27

(3) 72　　　　(4) 120

(5) 300　　　　(6) 315

【5】次の問いに答えなさい。

(1) 2 乗すると 36 になる数をすべて答えなさい。　(　　　　　　　　)

(2) 2 乗すると 7 になる整数はいくつ存在するか。　(　　　　　　　　)

(3) 2 乗すると 7 になる数はいくつ存在するか。　(　　　　　　　　)

(4) $(\quad)^2 = a$　→この(　)に入る数を、a の何というか。　(　　　　　　　　)

【6】(　　)に入る数をすべて答えなさい。

(1) $(\quad)^2 = 1$　… [　　　　　　]　(2) $(\quad)^2 = 4$　… [　　　　　　]

(3) $(\quad)^2 = 9$　… [　　　　　　]　(4) $(\quad)^2 = 49$　… [　　　　　　]

(5) $(\quad)^2 = 81$　… [　　　　　　]　(6) $(\quad)^2 = 144$　… [　　　　　　]

(7) $(\quad)^2 = 169$　… [　　　　　　]　(8) $(\quad)^2 = 0$　… [　　　　　　]

【7】次の平方根を求めなさい。

(1)　16　[　　　　　]　(2)　9　[　　　　　]　(3)　4　[　　　　　]

(4)　25　[　　　　　]　(5)　1　[　　　　　]　(6)　0　[　　　　　]

【8】(　　)に入る数や言葉を、選択もしくはうめなさい。(※④,⑪は根号を使わないこと)

・3 の平方根を小数で表すと、①(　　　　　　)小数になってしまう。

　よって 3 の平方根は②(　　　　　　)のように表す。

・$x > 0$ のとき、x の平方根は③(　　　　　)だから、$(\sqrt{x})^2 = (-\sqrt{x})^2 =$ ④(　　　　)となる。

・$a > 0$ のとき、$\sqrt{a}$ は⑤(　正・負・正と負　)の数である。よって

　$\sqrt{16} = 4$　とするのは⑥(　正しい・正しくない)。

　$\sqrt{16} = -4$ とするのは⑦(　正しい・正しくない)。

　$\sqrt{16} = \pm 4$ とするのは⑧(　正しい・正しくない)。

・25 の平方根を整数で表すと±⑨(　　　　　), $\sqrt{\ }$ を用いて表すと±⑩(　　　　　)となる。

　これらは等しいので、一般に $x > 0$ のとき、$\sqrt{x^2} =$ ⑪(　　　　　)となる。

【9】次の数を、根号を使わないで表しなさい。

(1) $\sqrt{9}$　(　　　)　(2) $\sqrt{16}$　(　　　)　(3) $(\sqrt{13})^2$　(　　　)　(4) $\sqrt{13^2}$　(　　　)

(5) $-\sqrt{25}$　(　　　)　(6) $\sqrt{7^2}$　(　　　)　(7) $(-\sqrt{2})^2$　(　　　)　(8) $(\sqrt{5})^2$　(　　　)

【10】「-9 の平方根は存在しない」理由を説明しなさい。

[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

【11】次の数で、根号($\sqrt{\ }$)を使わずに表せるものがあれば使わずに表しなさい。なければ×をつけなさい。

(1) $\sqrt{4}$　　(2) $\sqrt{0.4}$　　(3) $\sqrt{0.04}$

(4) $\sqrt{10}$　　(5) $-\sqrt{100}$　　(6) $-\sqrt{1000}$

(7) $-\sqrt{\dfrac{81}{49}}$　　(8) $\sqrt{64^2}$　　(9) $-\sqrt{64}$

(10) $-\sqrt{(-0.1)^2}$　　(11) $(-\sqrt{9})^2$　　(12) $\sqrt{\dfrac{15}{4}}$

【12】次の数の平方根を求めなさい。平方根が存在しない場合は×をつけなさい。

(1) 81　　(2) 4.9　　(3) 0.49　　(4) $\dfrac{1}{16}$　　(5) $\dfrac{1}{3}$

(6) -16　　(7) 400　　(8) $\dfrac{9}{100}$　　(9) -0.64　　(10) $\dfrac{25}{4}$

【13】電卓を利用して次の空欄をうめなさい。ただし、②,④には整数を入れること。

・$(1.4142)^2 =$ ①[　　　　　　　　]であるので

$\sqrt{②[\qquad\qquad]}$ ≒1.4142 であることがわかる。

・$(2.6457)^2 =$ ③[　　　　　　　　]であるので

$\sqrt{④[\qquad\qquad]}$ ≒2.6457 であることがわかる。

・$\sqrt{15}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{17}$ を小数第2位まで求めると、

$\sqrt{15}$ =⑤[　　　　　]　$\sqrt{16}$ =⑥[　　　　　]　$\sqrt{17}$ =⑦[　　　　　]

よってこれらの数の大小関係を不等号で表すと、

$\sqrt{15}$ ⑧[　　　　] $\sqrt{16}$ ⑨[　　　　] $\sqrt{17}$

$-\sqrt{15}$ ⑩[　　　　] $-\sqrt{16}$ ⑪[　　　　] $-\sqrt{17}$ となる。

【14】次の数で、根号を用いて表しなさい。

(1) -5　　(2) 7　　(3) 0.1　　(4) $-\frac{3}{2}$　　(5) 10

【15】次の数の大小を、不等号を用いて表しなさい。

(1) $\sqrt{7}$, $\sqrt{6}$　　(2) 2, $\sqrt{2}$　　(3) -4, $-\sqrt{14}$　　(4) $\sqrt{34}$, $\sqrt{37}$, 6

(5) $\sqrt{\frac{4}{5}}$, $\sqrt{\frac{6}{5}}$　　(6) $-\sqrt{0.9}$, -1　　(7) $\sqrt{\frac{3}{5}}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$　　(8) -2, $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$

【16】$x>0$, $y>0$ のとき、次の問いに答えなさい。

(1) 次の式を計算しなさい。

① $(\sqrt{x}\times\sqrt{y})^2$　　② $(\sqrt{xy})^2$

(2) 下の空欄に入る適切な式を答えなさい。

(1)の結果から $(\sqrt{x}\times\sqrt{y})^2=(\sqrt{xy})^2$ となるので、

$\sqrt{x}\times\sqrt{y}=$ [　　　　　　　] が成り立つ。

【17】次の計算をしなさい。(根号がはずれる場合ははずすこと)

(1) $\sqrt{5}\times\sqrt{2}$　　(2) $\sqrt{1.5}\times\sqrt{2}$　　(3) $\sqrt{\frac{14}{5}}\times\sqrt{\frac{10}{7}}$

【18】$x>0$, $y>0$ のとき、次の問いに答えなさい。

(1) 次の式を計算しなさい。

① $\left(\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^2$　　② $\left(\sqrt{\dfrac{y}{x}}\right)^2$

(2) 下の空欄に入る適切な式を答えなさい。

(1)の結果から $\left(\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^2=\left(\sqrt{\dfrac{y}{x}}\right)^2$ となるので、$\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=$[　　　　　　　] が成り立つ。

【19】次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{6}\div\sqrt{2}$　　(2) $\sqrt{2}\div\sqrt{\dfrac{10}{3}}$　　(3) $\sqrt{\dfrac{3}{5}}\div\sqrt{\dfrac{7}{10}}$

【20】次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{6}\times(-2)$　　(2) $\sqrt{7}\times(-\sqrt{5})$　　(3) $-3\sqrt{2}\times(-5)$

(4) $2\sqrt{5}\times3\sqrt{5}$　　(5) $-\sqrt{2}\times3\sqrt{2}$　　(6) $-\sqrt{3}\times2\sqrt{2}\times(-\sqrt{5})$

(7) $4\sqrt{3}\div6$　　(8) $-5\sqrt{10}\div\sqrt{5}$　　(9) $\sqrt{5}\div\dfrac{1}{\sqrt{7}}\div\sqrt{\dfrac{15}{2}}$

【21】次の(　　)の中に入る言葉を答えなさい。

整数がいくつかの整数の積の形で表されるとき、その1つ1つの数を、もとの数の(　①　)という。2, 3, 5などは1を除いたそれよりも小さい自然数の積で表すことができない。

このような自然数を(　②　)という。また、$30=2\times3\times5$ のように、自然数を(②)の積の形で表すことを(　　③　　)するという。

①(　　　　　　　　)　②(　　　　　　　　)　③(　　　　　　　　)

【22】0以上20以下の素数をすべて答えなさい。

(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

【23】次の[　　]に当てはまる言葉や数を入れなさい。

$(?)^2=3\cdots$①　　$(?)^2=5\cdots$②　　$(?)^2=4\cdots$③

・①式の(　)に入る正の小数を求めると、1.7320508…とA.[　　　　　　]小数になる。

この小数は用いるのに不便なため、この1.7320508…をB.[　　　　　]と表す。

・②式の(　)に入る数はC.[　　　　]であり、この数を5のD.[　　　　　　]と呼ぶ。

・③式の(　)に入る数を整数で表すと、E.[　　　　]であり、根号を使って表すとF.[　　　　]

となる。これらの数も同様に4の[　D　]と呼ぶ。

【24】(　　)に入る数をすべて答えなさい。ただし根号を外せるものは外すこと。

(1) $(\quad)^2=36$　… [　　　　　　]　　(2) $(\quad)^2=2$　… [　　　　　　]

(3) $(\quad)^2=1.3$　… [　　　　　　]　　(4) $(\quad)^2=0.16$　… [　　　　　　]

(5) $(\quad)^2=\dfrac{81}{4}$　… [　　　　　　]　　(6) $(\quad)^2=\dfrac{1}{10}$　… [　　　　　　]

【25】次の[　　　]に当てはまる言葉や数をうめなさい。(※C, Eは根号を用いないこと)

・2乗すると6になる数を、6のA.[　　　　　　]といい、この数を根号を使って表すとB.[　　　　　　]となる。

・$\sqrt{6}$ は6の平方根の1つなので $(\sqrt{6})^2=$ C.[　　　　　]となる。

・9の正の平方根を根号を使って表すと $\sqrt{9}$ で、整数で表すとD.[　　　　　]となるので、

$\sqrt{9}=3$、つまり $\sqrt{3^2}=3$ が成り立つ。

・以上のことからもわかるように、$x>0$ のとき、

一般に $(\sqrt{x})^2=\sqrt{x^2}=$ E.[　　　　　]が成り立つ。

【26】次の数や式を根号を使わずに表しなさい。

(1) $\sqrt{25}$　(2) $\sqrt{11^2}$　(3) $(\sqrt{11})^2$　(4) $\sqrt{17}\times\sqrt{17}$

(5) $\sqrt{\dfrac{16}{25}}$　(6) $\sqrt{0.64}$　(7) $(-\sqrt{0.2})^2$　(8) $-\sqrt{\dfrac{1}{9}}$

【27】次の数を根号を使って表しなさい。

(1) 8　(2) -10　(3) 0.6　(4) $-\dfrac{9}{7}$

【28】次の数を小さい順に並べ、不等号を使って表しなさい。

$\sqrt{5}$, $\sqrt{2}$, 0, $-\sqrt{6}$, $\sqrt{\dfrac{3}{2}}$, $-\sqrt{3}$, 2

【29】次の計算をしなさい。(答えの根号は外せれば外すこと)

(1) $-3\sqrt{5}\times(-6\sqrt{2})$　(2) $\sqrt{13}\div(-\sqrt{26})$　(3) $\sqrt{6}\times\sqrt{\dfrac{3}{10}}\div\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

【30】次の数を素因数分解しなさい。

(1) 45　(2) 32　(3) 100　(4)102